

《原 著》

投影データのパワースペクトルから設計した SPECT 画像復元フィルタについて

久 保 直 樹*

要旨 SPECT 画像を改善するため新しい復元フィルタの設計方法を開発した。この方法は最小 2 乗フィルタの理論を応用し、そこで用いる信号スペクトル強度および雑音スペクトル強度を、投影データから作成したパワースペクトルの高周波部分を指数関数の多項式で近似することで推定した。このフィルタをバターワースフィルタ (0.15 cycles/pixel の遮断周波数) およびウィナーフィルタ (信号/雑音スペクトル強度比が定数) と比較した。 ^{99m}Tc を封入した円筒内に 2 本の線源を並べたファントムを用いて評価した。Normalized mean-squared error を求めるとバターワースフィルタは 0.77, ウィナーフィルタは 0.83, パワースペクトルから設計したフィルタは 0.76 であった。脳血流 SPECT に応用した場合、コントラストが改善した。このように本設計法によるフィルタは臨床的に有効であろうと考えられる。

(核医学 32: 395-403, 1995)

I. はじめに

Single Photon Emission Computed Tomography (以下 SPECT) において、正確な局所的定量測定のために今後、特に脳領域で空間分解能の向上が必要になるという指摘をされている¹⁾。しかしながら現在広く普及している回転型シンチレーションカメラでは、SPECT 専用装置ほどの空間分解能が得られていない。

この劣化した画像を復元フィルタで回復できることは知られている²⁾。しかし同時に統計雑音も抑制しなければならず、フィルタ特性決定はかなり困難である。

今回、投影データの画像情報を最大限に引き出

すために、新しいデジタルフィルタの設計方法を開発した。

そしてファントム像を用いて、従来使用されてきたフィルタ処理と比較した。また臨床例への応用も試みた。

II 方 法

1. 最小 2 乗フィルタの理論

フィルタ処理をした画像と原画像の平均 2 乗誤差を最小にするものとして最小 2 乗フィルタがある。この 1 次元表示が次式になることはすでに知られている^{3,4)}。

$$W(f) = \text{MTF}(f) / [\{\text{MTF}(f)\}^2 + \text{Pn}(f)/\text{Pf}(f)] \quad (1)$$

MTF(f): Modulation Transfer Function (以下 MTF)

Pn(f): 雑音のスペクトル密度

Pf(f): 信号のスペクトル密度

f: 1 次元の空間周波数

この f は 2 次元の空間周波数 (以下周波数) $u-v$ とは、 $f = (u^2 + v^2)^{1/2}$ の関係があり、 $W(f)$ は 2 次元フィルタへと拡張できる。

* 北海道大学医療技術短期大学部診療放射線技術学科
受付: 6 年 11 月 24 日
最終稿受付: 7 年 2 月 21 日
別刷請求先: 札幌市北区北 12 条西 5 丁目 (☎ 060)
北海道大学医療技術短期大学部
診療放射線技術学科

久 保 直 樹

信号 $Pf(f)$ は未知である。ゆえにいままでは $Pn(f)$ と $Pf(f)$ の比を定数と仮定し、ウィナーフィルタと称して使用していた。

しかし、この比が周波数に関係しないというのは、明らかに式 (1) に反している。そこで本研究では投影データのパワースペクトルから、 $Pn(f)$ と $Pf(f)$ の比を各周波数毎に推定するフィルタ設計方法を開発した。

2. パワースペクトル $Pn(f)$ と $Pf(f)$ の推定

ある 1 枚の投影データから作成したパワースペクトルは Fig. 1 のようになる。これは動径方向のスペクトルを求めることで 1 次元化している。この 1 次元化されたパワースペクトル $Pg(f)$ は式 (2) のように表すことができる⁹⁾。

$$Pg(f) = Pn(f) + \{MTF(f)\}^2 \cdot Pf(f) \quad (2)$$

また取り扱う測定画像はデジタル画像のため、周波数 f は間隔 Δf の離散値となる。デジタル画像のマトリックスが 128×128 ならば Δf は約 7.8×10^{-3} cycles/pixel となる。

以下に $Pg(f)$ から $Pn(f)$ と $Pf(f)$ を分離する方法について述べる。

スペクトル $Pg(f)$ の高周波側のほぼ平坦な部分の値を知るために 0.47 から 0.50 cycles/pixel まで

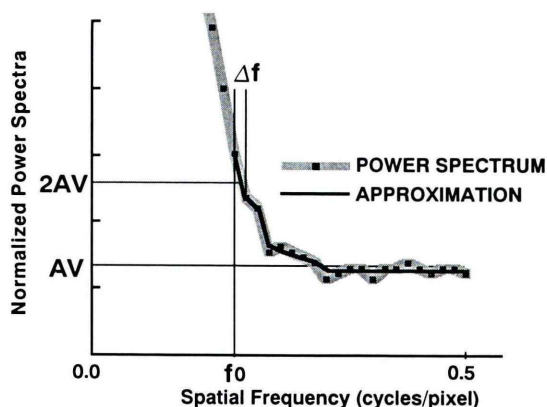


Fig. 1 A power spectrum averaged over annuli in the frequency domain for a projection image and an approximation to it. AV: a magnitude of the high-frequency, flat spectrum. f_0 : a start frequency for an approximation. Δf : a discrete interval of frequency.

の平均値 AV を求めた。

$Pg(f)$ は周波数 f の増加と共に変化する。いま f が Δf 分増加した途端、 $Pg(f)$ の強さが、 $2AV$ 以下になる最小周波数 f_0 を求めた。

この f_0 から始まる範囲の $Pg(f)$ を次式の多項式で近似し、 $P'g(f)$ を求めた。

$$P'g(f) = a_1 + a_2 \exp\{-t(f-f_0)\} + a_3 \exp\{-2t(f-f_0)\} + a_4 \exp\{-3t(f-f_0)\} \quad (3)$$

係数 a_1, a_2, a_3, a_4, t は未知数であり安定化 Gauss-Newton 法を用いて決定した。多項式の項数は多いほど精度よく近似できる。しかし計算する際処理速度が遅くなり、また処理装置のメモリ領域を多大に使用することになるので今回は 4 個の項までとした。

そして $P'g(f)$ の最小値 $\min\{P'g(f)\}$ を雑音成分 $Pn(f)$ であると仮定し、全周波数とも一定値⁹⁾とした。なぜならば雑音のほとんどは白色雑音であると言えるからである。

次式のように式 (2) を変形することで、 $P'f(f)$ を求めた。

$$P'f(f) = [Pg(f) - \min\{P'g(f)\}] / \{MTF(f)\}^2$$

ただし、 $f \geq f_0$ のときは、 $Pg(f)$ を $P'g(f)$ にした。近似式 $P'g(f)$ は非線形であるため t の初期値によっては近似が不適切な場合がある。不適切とは $\{MTF(f)\}^2$ で割ることで、 $P'f(f)$ が発散してしまうことである。この発散したことを確認したときには、 t の初期値を増加させて近似を再度行うことで対処した。

3. 使用する MTF について

フィルタ設計に必要な MTF は、次式を引用した⁷⁾。

$$MTF(f) = \exp(-\pi^2 \cdot f^2 \cdot FWHM^2 / 2.773) \quad (4)$$

FWHM: 画素 (pixel) 単位で表示した線像分布関数の Full Width at Half Maximum

f : 周波数 (cycles/pixel)

また使用する FWHM は、コリメータの種類、使用核種、回転半径つまり被写体との距離等の収集条件から決定した¹⁰⁾。

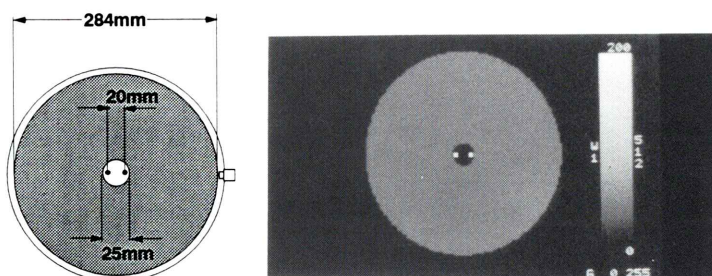


Fig. 2 Shows the phantom, two line sources located in the ^{99m}Tc solution with radioactivity concentration of 37 kBq/ml (left). The simulated image of the phantom for NMSE (right).

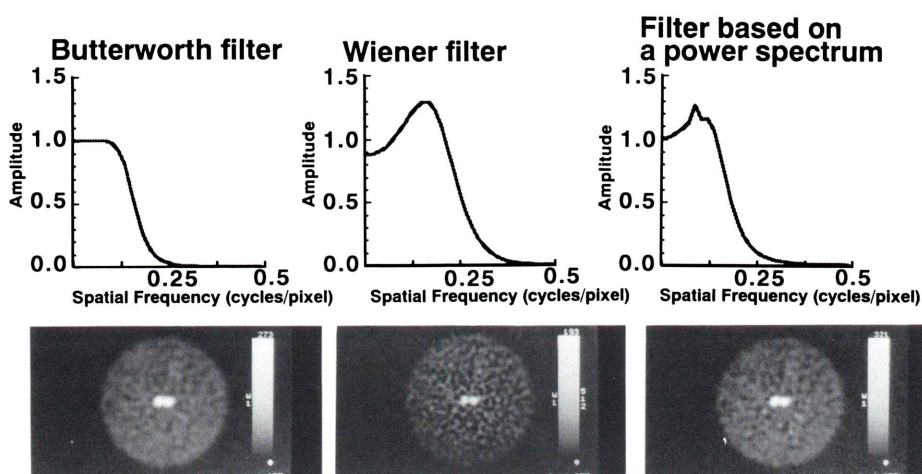


Fig. 3 Plots the three filter responses (upper half). The “Butterworth” filter was designed with a cut-off frequency of 0.15 cycles/pixel and an order of 8. The “Wiener” filter is designed for an MTF of FWHM 3.5 pixels, with a signal-to-noise ratio constant of 0.15. Filter based on a power spectrum is designed with an MTF of FWHM 3.5 pixels. The lower half of Fig. 3 shows the phantom images using each filter.

4. フィルタの設計および処理

先に求めた $P'(f)$ を式 (1) の $P(f)$ へ、 $\min\{P'(f)\}$ を $P_n(f)$ へ代入することでフィルタ $W(f)$ を設計した。以上のことが東芝社製シンチレーションカメラ GCA-602A のシステム上で行えるように FORTRAN 言語で組み込んだ。また設計された $W(f)$ を SPECT の再構成に使用できるようにするため、前処理用実空間フィルタとして 25×25 点の大きさでシステム上に登録した。今回フィルタの設計に使用した投影データは、被写体の正面像 1 枚のみにした。

5. ファントムについて

使用したファントムの模式図を Fig. 2 左に示すが、これは SPECT 濃度直線性測定ファントムを利用した。ファントムの中心にある内径 25 mm の 1 個の円筒のみを空洞のままにし、それ以外のスペースには ^{99m}Tc 水溶液 37 kBq/ml を封入した。

空洞の円筒内に 2 本の線源を 20 mm の距離で配置した。線源の内径は 0.47 mm であり ^{99m}Tc 水溶液 183 MBq/ml を封入した。この 2 線源により、2 点間の分解がどの程度できるかを直接的にあらわすことができる。収集装置は単検出器回転

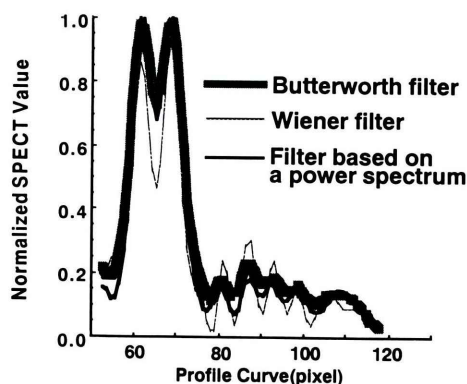


Fig. 4 Partial profile curves of the phantom.

Table 1 Shows a comparison of the results using each filter. CV: coefficient of variation. TLC: two line sources contrast. Peak value of a partial profile curve is A, valley value of a partial profile curve is B, $TLC = (A - B) / (A + B)$. PFR: peak-to-flood ratio. NMSE: normalized mean-squared error

	Butterworth filter	Wiener filter	Filter based on a power spectrum
CV	0.19	0.49	0.25
TLC	0.14	0.36	0.19
PFR	12.1	16.2	18.7
NMSE	0.77	0.83	0.76

型である GCA-602A であった。データ収集条件は、低エネルギー用高分解能コリメータを用い、収集マトリックス 128×128 (1 pixel は 2.7 mm), 360° 収集でサンプリング角度 6° , 収集時間 1 方向 20 秒にて行った。再構成には ramp 関数を使用し、吸収補正は Chang の方法 (1 次のみ, 吸収補正係数 $\mu = 0.10 \text{ cm}^{-1}$) にて行った。

6. 今回比較した前処理フィルタ

バターワースフィルタは、GCA-602A にすでに登録されている次式を採用した。

$$B(f) = 1 / \{1 + (f/f_c)^n\}$$

f_c は遮断周波数, n は次数である。ただし、この式は本来の式とは若干違うが^{3,8)}, パラメータの設定で同じような特性を持たせることは可能である。今回使用したパラメータは次数 8, 遮断周波

数 0.15 cycles/pixel の 1 種類とした。

ウィナーフィルタの式を次に示す。

$$M(f) = MTF(f) / [\{MTF(f)\}^2 + C]$$

この式は従来からよく採用されており、ウィナー・ヘルストローム・フィルタ (Wiener-Helstrom filter) の一種と考えることができる⁹⁾。この MTF は前述の式 (4) と同じにした。また C の値の決定には、振幅スペクトル強度の面積比法を採用した¹⁰⁾。

7. 比較方法

前述した各前処理フィルタで再構成した SPECT 像を以下の方法で比較した。

1) 雑音の評価について

雑音の評価としては文献¹¹⁾に準じ、SPECT 像の周辺部 4 か所 (像の中央部に対して上下左右) に $51.3 \times 51.3 \text{ mm}$ (19×19 pixels) の関心領域を設定し、次式により変動係数 CV を求めた。

$$SD = \sqrt{\{1/(N-1)\} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$$

$$CV = SD / \bar{X}$$

ただし、 X_i はおのおのの SPECT 値, \bar{X} は関心領域内の SPECT 値の平均, N は画素数である。そして各関心領域毎に求められた CV の平均を算出した。

2) 2 線源の分解の指標について

2 点間の分解の程度を示す方法としては、まずファントムの中央部にある 2 線源のピークを通るプロファイルカーブを作成した。カーブの極大値を A, 2 線源の間になる極小値を B としたときに、2 線源の分解の指標 (Two Line sources Contrast) を次式から求めた。

$$TLC = (A - B) / (A + B)$$

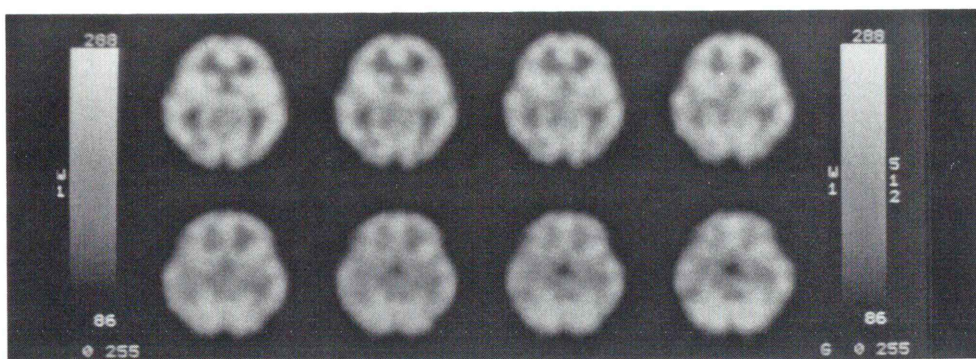
この指標は理想的な分解は 1.0 になり、分解できていないと 0.0 になる。

3) 半定量的評価について

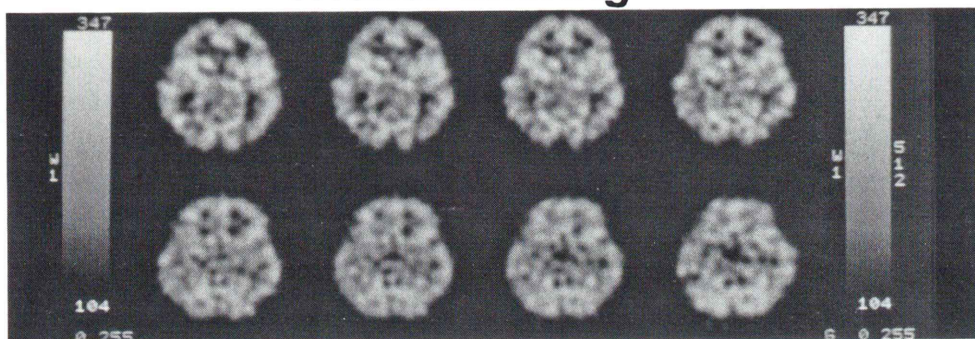
定量的評価をするためには散乱線と吸収の問題が残る。そこで今回は半定量的評価として、2 線源のピークと ^{99m}Tc 水溶液の均一な部分の SPECT 値の比 (Peak-to-Flood Ratio) を求めた。

$$PFR = \bar{P} / \bar{X}_4$$

Butterworth filtering



Wiener filtering



Filtering based on a power spectrum

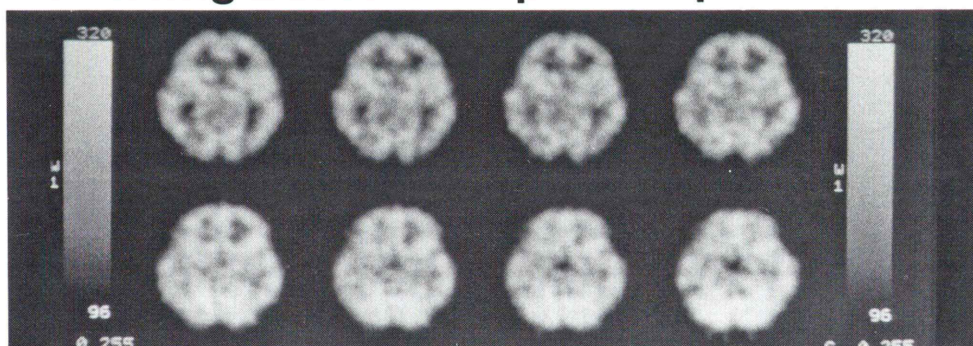


Fig. 5 ^{99m}Tc -HMPAO brain SPECT images using each filter. The “Butterworth” filter is designed with a cut-off frequency of 0.15 cycles/pixel and an order of 8. The “Wiener” filter is designed for an MTF of FWHM 4.0 pixels and a signal-to-noise ratio of 0.124. Filtering based on a power spectrum is designed with an MTF of FWHM 4.0 pixels.

\bar{X}_4 は先ほどの雑音の評価のときに設定した関心領域 4 か所内の SPECT 値の平均、 \bar{P} は 2 線源のピーク値の平均である。線線源は 1 pixel より

細かくは描出されない。すなわち内径 0.47 mm 面積 0.17 mm² の円は、2.7 × 2.7 mm の面積に広がる。このため見かけ上の放射能は 2.3×10^{-2} 倍

に減る。このことを考慮し、線線源と均一部分の放射能濃度の比から理想的な PFR を計算すると 118 になった。

4) 総合的評価の指標について

総合的に画像復元をあらわすためには、Normalized mean-squared error を採用した。

これは次式により求めた¹²⁾。

$$NMSE = \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M (r'_{lm} - b_{lm})^2}{\sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M b_{lm}^2}$$

ただし、 b_{lm} は Fig. 2 右に示すシミュレーション像であり、 r'_{lm} は各フィルタによる SPECT 像である。この際シミュレーション像のピークに各フィルタの像の最大値が一致するように規格化した。

8. 臨床例について

臨床例として脳血流 SPECT に応用した、使用した放射性医薬品は ^{99m}Tc -HMPAO であり、投与量は 555 MBq であった。データ収集方法はファントムの場合に準じたが、使用したコリメータはスラントホールであり、1 方向 30 秒収集であった。

III. 結 果

ファントムの SPECT 像を Fig. 3 の下段に、その使用したフィルタの周波数特性を上段に示す。

2 線源部分からファントムの外縁までのプロファイルカーブを Fig. 4 に示す。そして Table 1 に CV, TLC, PFR, NMSE を対比する。

1. 雑音について

CV はバターワースフィルタが 1 番低い値であった。ウィナーフィルタは他の 2 つのフィルタの約 2 倍の値を示した。

2. 2 線源の分解について

TLC はウィナーフィルタが 1 番高い値であったが、2 線源は同じ放射能であるにも関わらずピーク値は互いに顕著に異なっていた。バターワースフィルタは最も低い値であった。

3. 半定量的評価について

どのフィルタにおいても理想的な PFR より 1 桁低い値を示した。これはピークの SPECT 値が 1 pixel に留まらず、隣接する pixel に広がったか

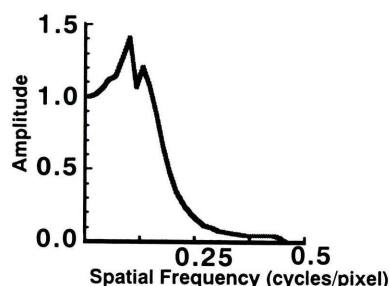


Fig. 6 Frequency response of the filter based on the power spectrum for the lower of Fig. 5.

らである。しかし本設計法によるフィルタは、まだ他のフィルタより大きな値を示した。

4. 総合的評価

NMSE は、本設計法によるフィルタが今回最も低い値であり、他のフィルタよりもシミュレーション像に忠実であったといえる。

以上をまとめると、まずバターワースフィルタは雑音の抑制に優れていた。反面、線線源は広がって描出されるので、2 線源の分解は悪くなりピークの SPECT 値は低くなった。

ウィナーフィルタは線線源の広がり (ボケ) の回復には優れていたが、雑音をも強く強調した。プロファイルカーブからも観察できるように 2 線源のピーク値は互いに異なり、また均一な部分も激しく変動した。

本設計法によるフィルタはバターワースフィルタ、ウィナーフィルタの中間の特性を示した。結果として PFR, NMSE において他より優れていた。

5. 臨床例について

臨床例として応用した脳血流 SPECT を Fig. 5 に示す。このとき使用した本設計法によるフィルタの特性を Fig. 6 に示す。ウィナーフィルタは雑音をも強調しているように思われ、白質への分布がほとんどないようにも見えるほど低下した。尾状核、視床の描出はバターワースフィルタより本設計法によるフィルタの方が優れていた。

IV. 考 察

1. 今回のフィルタの特性について

バターワースフィルタの特性は高周波を抑制するのみである。たとえ遮断周波数を高くすることで信号を残すことを試みても決して信号を回復することはない。

今回ファントムに使用したウィナーフィルタの振幅の最大値は 1.29 であり、本設計法によるフィルタの最大値とあまり差はなかった。しかしここで注意することはウィナーフィルタの周波数 0.0 (直流成分) における振幅が 1.0 未満ということである。直流成分を抑制することで相対的に最大値 1.29 以上の周波数の強調が行われた。このように今回のウィナーフィルタ (信号雑音比をスペクトル強度の面積法から決定した) は高周波を強調し易いといえる。このためボケの回復 (TLC) においては最も優れていた。また心ブールシンチグラムのような高計数なもの、および 64×64 マトリックスのような低雑音像に対しては、多大な効果を発揮する¹⁰⁾。しかし SPECT を 128×128 マトリックスで収集する場合において処理すると雑音を強調してしまい、今回の実験では SD がとても大きな値になった。また 2 線源のピークの SPECT 値も統計変動が目立ち、2 つのピーク値の差が著しく異なっていた。結果として NMSE は他の 2 つのフィルタより劣ることとなった。脳血流 SPECT においても雑音の強調は観測された。

以上の 2 種類のフィルタに対し本設計法によるフィルタは、ボケを回復しつつ雑音の抑制にも成功し画像復元に優れていた。脳血流 SPECT においても他のフィルタ処理よりコントラストが良好であったと考えられる。これは信号を各周波数毎に推定でき、最小 2 乗フィルタの理論に添うことができたからであろう。

2. パワースペクトルからのフィルタ設計方法についての検討

設計時にフィルタが発散してしまう場合、これは信号の強度を過大に推定した場合であるが、その時には推定される信号強度を小さくすべく近似

を再度行うことによって対処できた。このことで安定な設計法とすることができた。

また今回設計に使用した投影データは 1 枚だけであったが、これは処理装置のシステムにおいて前処理フィルタが 1 種類しか使えないことによる。各投影データからフィルタを設計するとそれぞれ異なるため、投影データ毎にそれに適したフィルタをかけるべきであり、再構成に複数のフィルタが使用できるシステムが望まれる。ただし今回のファントムは投影データ毎の差があまりなかったため、正面像のみから設計した。

3. 実空間フィルタについて

今回前処理フィルタを施行する際、実空間フィルタとした。画像処理では空間周波数領域での処理が、より原理的であり優れていることはすでに報告されている。しかし SPECT の投影データは数十枚におよび、また今回の処理装置は十分な処理速度を持つわけではない。そのため空間周波数処理が即実用的であるとは言い難いと考え、実空間の方法を用いた。また実空間フィルタの大きさについては文献⁹⁾によると、処理時間を考慮した場合 64×64 でウィナーフィルタは 7×7 点から 9×9 点で充分であり、帯域通過フィルタでも 17×17 点前後であるという。今回は 25×25 点であり、ほぼ設計した特性を発揮できたと考える。

実空間フィルタが SPECT 値によって周波数特性が変化することは知られている¹⁰⁾。しかし今回の SPECT 像は再構成する際に適宜に定数をかけて対処した。

V. 結 語

SPECT 画像復元のため、投影データのパワースペクトルから設計する前処理フィルタを開発した。その際には最小 2 乗フィルタの理論を応用し、パワースペクトルの高周波部分を指数関数の多項式で近似することで、信号および雑音スペクトル強度を推定した。このことでより理論に近い設計が可能となった。

このフィルタをファントムと脳血流 SPECT に施行した。そしてバターワースフィルタとウィ

ナーフィルタ (信号／雑音スペクトル強度比が定数) と比較した。

ファントム像の復元および脳血流 SPECT のコントラストにおいて、パワースペクトルから設計したフィルタの方が優れていた。そのため臨床的にも有効に活用できると考えられる。

謝辞：稿を終えるにあたり、北海道大学医学部核医学講座古館正從教授ならびに伊藤和夫助教授、北海道大学医療技術短期大学部診療放射線技術学科山本徹助教授に深甚なる謝意を捧げます。

なお、本論文の一部は第 47 回日本放射線技術学会総会学術大会にて発表した。

文 献

- 1) 久田欣一, 渡邊俊明, 松田博史, 犬上 篤, 小野志磨人, 福永仁夫, 石井鐸二, 棚田修二, 百瀬敏光, 佐々木康人, 米倉義晴, 久保敦司, 分校久志, 玉木長良, 小西淳二, 石井 靖, 山本和高, 中嶋憲一, 浅原 朗, 鈴木 豊, 井出 満, 西村恒彦: 脳・心臓の核医学 SPECT, 久田欣一編, 中山書店, 東京, 1992, pp. 3-14
- 2) Madsen MT: A Method for obtaining an approximate Wiener filter. *Med Phys* **17** (1): 126-130, 1990
- 3) 村瀬研也, 望月輝一, 杉内矩昭, 石根正博, 伊東久雄, 小泉 満, 他: 核医学に於けるデジタル・フィルタの応用. *MEDIX* **16**: 41-50, 1984
- 4) Yanch JC, Flower MA, Webb S: Improved quantification of radionuclide uptake using deconvolution and windowed subtraction techniques for scatter compensation in single photon emission computed tomography. *Med Phys* **17** (6): 1011-1022, 1990
- 5) King MA, Doherty PW, Schwinger RB, Penny BC: A Wiener filter for nuclear medicine images. *Med Phys* **10** (6): 876-880, 1983
- 6) 南 茂夫, 内田照雄, 河田 聡, 千賀康弘, 岡本隆之, 笹木敬司: 科学計測のための波形データ処理, 南 茂夫編, 東京, CQ 出版, 1986, pp. 72-73
- 7) 大西英雄, 池本嘉範, 濱津尚就, 増田一孝, 曾我部秀一: SPECT 画像における最適フィルターの考察 (第 1 報). *日放技* **44** (8): 1159, 1988
- 8) 向井孝夫: SPECT の再構成. *日放技* **49** (12): 2007-2021, 1993
- 9) 南 茂夫, 河田 聡, 笹木敬司, 中村 収, 千賀康弘, 埜田友也, 中山 亨: 科学計測のための画像データ処理, 河田 聡, 南 茂夫編, 東京, CQ 出版, 1994, pp. 185-191
- 10) 加藤千恵次: 周波数空間バターワースフィルタおよびウィナーフィルタを用いた核医学画像処理に関する基礎的および臨床的検討. *核医学* **31** (6): 565-579, 1994
- 11) 日本アイソトープ協会核医学イメージング規格化専門委員会: Single Photon Emission Computed Tomography 装置の性能試験条件. *Radioisotopes* **33**: 162-169, 1984
- 12) Penny BC, King MA, Schwinger RB: Constrained least-squares restoration of nuclear medicine images: Selecting the coarseness function. *Med Phys* **14** (5): 849-858, 1987

Summary

Restoration Filtering Based on Projection Power Spectrum for Single-Photon Emission Computed Tomography

Naoki KUBO

Department of Radiological Technology, College of Medical Technology, Hokkaido University

To improve the quality of single-photon emission computed tomographic (SPECT) images, a restoration filter has been developed. This filter was designed according to practical "least squares filter" theory. It is necessary to know the object power spectrum and the noise power spectrum. The power spectrum is estimated from the power spectrum of a projection, when the high-frequency power spectrum of a projection is adequately approximated as a polynomial exponential expression. A study of the restoration with the filter based on a projection power spectrum was conducted, and compared with that of the "Butterworth" filtering method (cut-off frequency of 0.15 cycles/pixel), and

"Wiener" filtering (signal-to-noise power spectrum ratio was a constant). Normalized mean-squared errors (NMSE) of the phantom, two line sources located in a ^{99m}Tc filled cylinder, were used. NMSE of the "Butterworth" filter, "Wiener" filter, and filtering based on a power spectrum were 0.77, 0.83, and 0.76 respectively. Clinically, brain SPECT images utilizing this new restoration filter improved the contrast. Thus, this filter may be useful in diagnosis of SPECT images.

Key words: SPECT, Restoration filter, Wiener filter, Butterworth filter, Power spectrum.